

Cours Mathématiques PC

DM2 – ANNÉE 2020-2021 – DATE LIMITE : 04/01/2021

Exercice 1. Calculer les limites suivantes :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1 + x}{\ln(1+x)}, & \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1+e^x)}{x+2}, \\ \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{4}{x^2 - 2x - 3} + \frac{1}{x+1} \right) & \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{3x} - 5x)^{\frac{1}{x}}. \end{aligned}$$

Exercice 2. (*Parabole asymptotique*) Soit $f(x) = \sqrt{9x^4 - 2x^2 + 1}$. Chercher $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (\alpha x^2 + \beta)) = 0.$$

Exercice 3. Calculer une primitive des fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} x \mapsto \operatorname{Arccos}(x), & \quad x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x^2 - 16}}, \\ x \mapsto (x^2 + x + 1)e^{2x}, & \quad x \mapsto \frac{e^x}{\sqrt{1 + e^{2x}}}. \end{aligned}$$

Exercice 4. Calculer une primitive de la fonction suivante

$$x \mapsto \frac{1}{x^3(x+2)}.$$

Exercice 5. Calculer une primitive de la fonction suivante

$$x \mapsto \frac{(x+1)\sqrt{2x-1}}{x(x-1)}.$$

Indication : Utiliser le changement de variable $u = \sqrt{2x-1}$.

Exercice 6. Calculer une primitive de la fonction suivante

$$x \mapsto \frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}.$$

Indication : Utiliser deux changements de variable successifs : $y = x^2$, puis $z = \sqrt{1-y}$.

Bonus. Pour tout $n \geq 1$ on définit

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx.$$

- (1) Calculer I_1 et I_2 en intégrant par parties.
- (2) En intégrant par parties, trouver une relation entre I_n et I_{n+1} .
- (3) En déduire I_5 .